

Φροντιστήριο 1, 23/01/19

Άσκηση 1

Να αποδείξετε ότι, για κάθε άρτιο αριθμό n μεγαλύτερο από 2, υπάρχει 3-κανονικό (κάθε κόμβος έχει βαθμό 3) μη κατευθυνόμενο γράφημα με n κόμβους.

Άσκηση 2

Να αποδείξετε ότι ο αριθμός $\sqrt{2}$ είναι άρρητος.

Άσκηση 3

Να αποδείξετε ότι για κάθε ακέραιο $n \geq 0$, ο αριθμός $\phi(n) = 4^{2n+1} + 3^{2n+1}$ είναι πολλαπλάσιο του 7.

Άσκηση 4

Υποθέστε ότι το σύνολο L είναι το μικρότερο σύνολο επί του αλφαβήτου $\{0,1\}$ τα στοιχεία του οποίου παράγονται από τους πιο κάτω κανόνες:

- (1) $\varepsilon \in L$
- (2) Αν $u \in L$ τότε $0u1 \in L$

(α) Να αποδείξετε ότι για κάθε $n \geq 0$, η λέξη $0^n 1^n \in L$.

(β) Να αποδείξετε ότι για κάθε λέξη $w \in L$ ισχύει ότι $w = 0^k 1^k$ για κάποιο $k \geq 0$.