

Σειρά Προβλημάτων 3

Ημερομηνία Παράδοσης: 12/03/19, μέχρι 11.59 π.μ.

Άσκηση 1 [21 μονάδες]

Να δώσετε ασυμφραστικές γραμματικές που να παράγουν τις πιο κάτω γλώσσες:

$$(\alpha) \{ 1^p + 1^q = 1^r \mid p + q = r, p, q, r > 0 \}$$

(Παράδειγμα: λέξεις της γλώσσας περιλαμβάνουν τις $11+1=111$, $1111+11111=111111111$.)

$$(\beta) \{ w \mid w \in \{0,1\}^* \text{ και η } w \text{ δεν είναι καρκινική λέξη (δεν είναι παλίνδρομο)} \}$$

$$(\gamma) \{ w \mid w \in L((ab)^m (a^*ba^*) (b^{2m} \cup (ba)^{m+2})), m \geq 0 \}$$

Άσκηση 2 [21 μονάδες]

Να κατασκευάσετε αυτόματα στοίβας για τις γλώσσες της Άσκησης 1. (Να κτίσετε τα αυτόματα κατευθείαν και όχι μέσω μετατροπής των ασυμφραστικών γραμματικών από την Άσκηση 1 σε αυτόματα.)

Άσκηση 3 [18 μονάδες]

Θεωρήστε τη γραμματική $G = (V, \Sigma, R, \text{Nouns})$, όπου $V = \{\text{Nouns, Adjectives, Noun, Adjective}\}$, $\Sigma = \{\text{and, blue, bright, warm, extraordinary, zesty, shawl, sky, day, smile, soup}\}$ και R οι πιο κάτω κανόνες.

Nouns \rightarrow Nouns and Nouns | Adjectives Nouns | Noun

Adjectives \rightarrow Adjectives and Adjectives | Adjective

Adjective \rightarrow blue | bright | warm | extraordinary | zesty

Noun \rightarrow shawl | sky | day | smile | soup

(α) Να κατασκευάσετε παραγωγές και τα αντίστοιχα συντακτικά δέντρα για τις λέξεις:

(i) blue and warm shawl

(ii) bright sky and extraordinary day

(β) Να εντοπίσετε λέξη w που να παράγεται από τη γραμματική G μέσω δύο διαφορετικών συντακτικών δέντρων, T_1 και T_2 , και να εξηγήσετε τη σημασιολογική διαφορά που προσδίδουν τα δύο συντακτικά δέντρα.

(γ) Να προτείνετε μια καινούρια γραμματική που να παράγει την ίδια γλώσσα με τη G αλλά να είναι μονότροπη. Εξηγήστε σύντομα την απάντησή σας.

Άσκηση 4 [24 μονάδες]

Να δείξετε ότι οι πιο κάτω γλώσσες δεν είναι ασυμφραστικές χρησιμοποιώντας το Λήμμα της Άντλησης για Ασυμφραστικές Γλώσσες

$$(\alpha) \{ x\#y \mid x, y \in \{0,1\}^* \text{ και η λέξη } x \text{ είναι υπολέξη της λέξης } y \}$$

$$(\beta) \{ w \mid w = (ab)^{2m}b^m(ba)^m, m \geq 0 \}$$

$$(\gamma) \{ a^{4n^2+9} \mid n \geq 0 \}$$

Άσκηση 5 [16 μονάδες]

(α) Έστω μια ασυμφραστική γλώσσα A . Να αποφασίσετε κατά πόσο η γλώσσα AA είναι ασυμφραστική.

(β) Έστω μια ασυμφραστική γλώσσα A . Να αποφασίσετε κατά πόσο η γλώσσα \bar{A} είναι ασυμφραστική. (Γράφουμε \bar{A} για το συμπλήρωμα της γλώσσας A .)

Άσκηση 6 [Bonus: 15 μονάδες]

(α) Θεωρήστε μια γραμματική η οποία περιέχει μόνο κανόνες της μορφής $A \rightarrow wB$ και $A \rightarrow w$, όπου A, B μεταβλητές και w μια λέξη αποτελούμενη αποκλειστικά από τερματικά σύμβολα.

Να αποφασίσετε κατά πόσο η γλώσσα της γραμματικής είναι ή όχι κανονική αποδεικνύοντας την απάντησή σας.

(β) Θεωρήστε μια γραμματική η οποία περιέχει μόνο κανόνες της μορφής $A \rightarrow wB$, $A \rightarrow Bw$ και $A \rightarrow w$, όπου A, B μεταβλητές και w μια λέξη αποτελούμενη αποκλειστικά από τερματικά σύμβολα.

Να αποφασίσετε κατά πόσο η γλώσσα της γραμματικής είναι ή όχι κανονική αποδεικνύοντας την απάντησή σας.