



## Φροντιστήριο 1

1. Να αποδείξετε με τη μέθοδο της μαθηματικής επαγωγής ότι για κάθε  $n \geq 7$ ,  $3^n < n!$ .
2. Θεωρήστε τις πιο κάτω συναρτήσεις

$$\begin{array}{ccc}
 \sqrt{n} & n & n^3 \\
 6 & \lg n & n^2 + \log n \\
 n \lg n & n^2 + 5n^3 & n^2
 \end{array}$$

Να συγκρίνετε τις συναρτήσεις αυτές ως προς την τάξη τους και να ταξινομήσετε τις κατηγορίες που προκύπτουν σε αύξουσα σειρά. (Θεωρούμε ότι δύο συναρτήσεις  $f(n)$  και  $g(n)$  ανήκουν στην ίδια κατηγορία αν και μόνο αν  $f(n) \in \Theta(g(n))$  ή  $g(n) \in \Theta(f(n))$ ).

3. Για κάθε μια από τις πιο κάτω προτάσεις αποφανθείτε κατά πόσο ισχύει ή όχι. Σε περίπτωση που πιστεύετε ότι μια πρόταση ισχύει, αποδείξτε την ορθότητά της χρησιμοποιώντας τους ορισμούς των ασυμπτωτικών τάξεων. Αν πιστεύετε ότι μια πρόταση δεν ισχύει, τότε δώστε αντιπαράδειγμα.
  - (i) Αν  $T_1(n) \in \Omega(f(n))$  και  $T_2(n) \in \Omega(g(n))$ , τότε  $T_1(n) \cdot T_2(n) \in \Omega(f(n) \cdot g(n))$ .
  - (ii) Για κάθε  $k \geq 1$  και για κάθε  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_k \in \mathfrak{R}$ ,  
 $a_0 + a_1 n + a_2 n^2 + \dots + a_k n^k \in O(n^k)$
  - (iii) Αν  $f(n)$  θετική συνάρτηση του  $n$ , τότε  $f(n) \in O((f(n))^2)$
  - (iv) Δείξτε ότι  $\lg n^3 \in \Theta(\log_{16} n^5)$